

Contents

수학 상 For. 3~4

다항식

- 1. 다항식의연산 06
- 2. 항등식과 나머지정리 20
- 3. 인수분해 37



방정식과 부등식

- 1. 복소수 50
- 2. 이차방정식 66
- 3. 이차방정식과 이차함수와의 관계 86
- 4. 여러 가지 방정식 108
- 5. 여러 가지 부등식 126



도형의 방정식

- 1. 평면좌표 150
- 2. 직선의 방정식 167
- 3. 원의 방정식 188
- 4. 도형의이동 208



1 다항식의 연산

개념

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

다항식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 정리한다.

이때 두 다항식의 차 $A-B$ 는 A 에 B 의 각 항의 부호를 바꾼 $-B$ 를 더한 것과 같다.

즉, $A-B=A+(-B)$ 이다.

보기 다항식 $A=x^2-4x+5$, $B=-x^3-4x^2+3x+4$ 에서

(1) $A+B$

$$\begin{aligned} &= (x^2-4x+5) + (-x^3-4x^2+3x+4) \\ &= -x^3 + (1-4)x^2 + (-4+3)x + (5+4) \\ &= -x^3 - 3x^2 - x + 9 \end{aligned}$$

(2) $A-B$

$$\begin{aligned} &= (x^2-4x+5) - (-x^3-4x^2+3x+4) \\ &= (x^2-4x+5) + (x^3+4x^2-3x-4) \\ &= x^3 + (1+4)x^2 + (-4-3)x + (5-4) \\ &= x^3 + 5x^2 - 7x + 1 \end{aligned}$$

개념

02 다항식의 덧셈에 대한 성질

세 다항식 A , B , C 에 대하여

(1) 교환법칙 $A+B=B+A$

(2) 결합법칙 $(A+B)+C=A+(B+C)=A+B+C$

예제 01

$x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ 일 때, x^3+y^3 의 값을 구하여라.

풀이 $x+y=4$, $xy=1$ 이므로 x^3 과 y^3 을 각각 계산하여 더하는 것보다 x^3+y^3 을 $x+y$ 와 xy 에 대한 식으로 나타내어 구하는 것이 더 간단하다.

곱셈 공식 $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$ 을 변형하면

$$x^3+y^3=(x+y)^3-3x^2y-3xy^2=(x+y)^3-3xy(x+y)=4^3-3\times 1\times 4=52$$

$$\begin{aligned}x^3+y^3 &= (2+\sqrt{3})^3+(2-\sqrt{3})^3 \\ &= \{2^3+3\times 2^2\times \sqrt{3}+3\times 2\times (\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^3\} + \{2^3-3\times 2^2\times \sqrt{3}+3\times 2\times (\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^3\} \\ &= (26+15\sqrt{3})+(26-15\sqrt{3})=52\end{aligned}$$

계산하면 계산이 훨씬 복잡함을 알 수 있다.

예제 02

$x+\frac{1}{x}=7$ 일 때, $x^3+\frac{1}{x^3}+3x+\frac{3}{x}$ 의 값을 구하여라.

풀이

$$\begin{aligned}x^3+\frac{1}{x^3}+3x+\frac{3}{x} &= \left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)+3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ &= \left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)\right\}+3\left(x+\frac{1}{x}\right) \\ &= (7^3-3\cdot 7)+3\cdot 7=7^3=343\end{aligned}$$

예제 03

$a-b=3$, $b-c=2$ 일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값을 구하여라.

풀이 $a-b=3$, $b-c=2$ 이므로

$$\begin{aligned}c-a &= (c-b)+(b-a)=-2+(-3)=-5 \\ a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca &= \frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca) \\ &= \frac{1}{2}\{(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)\} \\ &= \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\} \\ &= \frac{1}{2}\{3^2+2^2+(-5)^2\}=19\end{aligned}$$

001

두 다항식 A, B 에 대하여 $A \blacklozenge B$ 를 $A \blacklozenge B = A^2 - AB - B^2$ 라 할 때,

다항식 $(2x^3 + x + 1) \blacklozenge (3x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 x^2 의 계수의 합을 구하여라.

해설 | 문제 009

정답 : $8x + 6$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + 3x + 3)(x - 1) - x + 5 \\ &= x^3 + 2x^2 - x + 2 \end{aligned}$$

따라서 $x^3 + 2x^2 - x + 2$

$$= (x^2 - 2x)(x + 4) + 7x + 2$$

이므로 몫 $= x + 4$, 나머지 $= 7x + 2$ 이다.

따라서 합 $8x + 6$